Vraag	Antwoord	Scores

Transistors en opslagcapaciteit

1 maximumscore 3

- De groeifactor per vijf jaar is $(\frac{6,9}{1}=)\,6,9$ 1
- De groeifactor per jaar is $6,9^{\frac{1}{5}}$ $(=1,47...)$ 1
- In 2021 zal het aantal transistors $1,47...^{8} \approx 22$ (miljard) zijn 1

2 maximumscore 4

- De groeifactor per jaar is $0,68$ 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^{t} = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft $t = 31,9...$, dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

of

- De groeifactor per jaar is $0,68$ 1
- De vergelijking $222 \cdot 0,68^{t} = 0,001$ (met t in jaren vanaf 1 januari 1992) moet worden opgelost 1
- $m = 31$ geeft 0,0014… en $m = 32$ geeft 0,0009… (dus de oplossing van de vergelijking is groter dan 31, maar kleiner dan 32) 1
- Dus (is de prijs voor het eerst minder dan 0,001 dollar in het jaar) 2023 1

Opmerking
Voor het eindantwoord 2024 geen scorepunten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- Aflezen van $\log(p)$ geeft 0 in 2004 en $-1,6$ in 2013 — 1
- De prijs per GB was dus $(10^0 =) 1$ (dollar) in 2004 en $10^{-1,6} = 0,025...$ (dollar) in 2013 — 1
- De prijs van de harde schijf uit 2004 was dus 250 (dollar); de prijs van de harde schijf uit 2013 was dus $2 \cdot 1000 \cdot 0,025... = 50,23...$ (dollar) — 1
- De harde schijf uit 2013 is dus $\left(\frac{250 - 50,23...}{250} \cdot 100(\%) \approx\right) 80(\%)$ goedkoper — 1

Opmerking
Bij het aflezen van $\log(p)$ *in 2013 is een marge van 0,1 toegestaan.*

Hetzelfde snijpunt met de y-as

4 maximumscore 7

- De y-coördinaat van T is $(g(0) =) 6$ — 1
- $g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ — 1
- $x^3 - x^2 - 7x - 29 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ geeft $x^2 - 2x - 35 = 0$ — 1
- $(x+5)(x-7) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 7$ — 1
- Invullen geeft respectievelijk $y = -144$ en $y = 216$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door A en B is $\frac{216 - -144}{7 - -5} = 30$ — 1
- Voor de lijn door A en B geldt dus $y = 30x + b$; invullen van bijvoorbeeld $(7, 216)$ geeft $b = 6$, dus de y-coördinaat van S is 6 (dus S en T hebben dezelfde y-coördinaat) — 1

Twee transformaties

5 maximumscore 8

- $f'(x) = 3(3x-4)^{-\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 2
- De vergelijking $3(3x-4)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt $4 = (3x-4)^{\frac{1}{2}}$ — 1
- $3x - 4 = 16$ — 1
- Dus $x = \frac{20}{3}$ — 1
- $f\left(\frac{20}{3}\right) = 8$ en het punt op l met x-coördinaat $\frac{20}{3}$ heeft y-coördinaat $\frac{3}{4} \cdot \frac{20}{3} = 5$ — 1
- $c = (8 - 5 =)\ 3$ — 1

Opmerking
Voor het eerste antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

6 maximumscore 6

- Na vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as van lijn l met factor p ontstaat een lijn met vergelijking $y = p \cdot \frac{3}{4}x$ — 1
- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = p \cdot \frac{3}{4}x$ moet één oplossing hebben — 1
- $\left(2\sqrt{3x-4}\right)^2 = \frac{9}{16}p^2x^2$ — 1
- $\frac{9}{16}p^2x^2 - 12x + 16 = 0$ — 1
- $D = 0$ geeft $144 - 36p^2 = 0$ — 1
- Hieruit volgt $p^2 = 4$, dus $p = 2$ ($p = -2$ voldoet niet) — 1

of

- De vergelijking $2\sqrt{3x-4} = ax$ moet één oplossing hebben — 1
- $\left(2\sqrt{3x-4}\right)^2 = a^2x^2$ — 1
- $a^2x^2 - 12x + 16 = 0$ — 1
- $D = 0$ geeft $144 - 64a^2 = 0$ — 1
- Hieruit volgt $a^2 = \frac{144}{64}$, dus $a = \frac{3}{2}$ ($a = -\frac{3}{2}$ voldoet niet) — 1
- $p = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = 2$ — 1

Bouwkraan

7 **maximumscore 4**

- De cosinusregel in ΔPQR geeft $12^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(\angle PRQ)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch kan worden opgelost 1
- Dit geeft $\angle PRQ = 109,31...(^\circ)$ 1
- Dus $\angle SRQ = 180 - 109,31... = 70,68...(^\circ)$, dus $\angle SRQ \approx 70,7(^\circ)$ 1

8 **maximumscore 4**

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = 9 \cdot \cos(70,68...^\circ)$ $(= 2,97...)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47...$ en $PS = 5,47... + 5,5 = 10,97...$ 1
- $QS = \sqrt{9^2 - 5,47...^2} = 7,14...$ 1
- $PQ = \sqrt{10,97...^2 + 7,14...^2} \approx 13,1\,(\text{m})$ 1

of

- Vóór de verplaatsing geldt $RS = \cos(70,68...^\circ) \cdot 9$ $(= 2,97...)$ 1
- Na de verplaatsing geldt $RS = 5,47...$ en $\cos(\angle SRQ) = \frac{5,47...}{9} = 0,60...$ 1
- Hieruit volgt $\angle SRQ = 52,51...(^\circ)$, dus
  $\angle PRQ = 180 - 52,51... = 127,48...(^\circ)$ 1
- De cosinusregel in ΔPQR geeft
  $PQ^2 = 5,5^2 + 9^2 - 2 \cdot 5,5 \cdot 9 \cdot \cos(127,48...^\circ)$, waaruit volgt dat
  $PQ \approx 13,1$ (m) 1

Opmerking
Als de kandidaat bij de vorige vraag een eindantwoord had anders dan 70,7°, en daarmee in deze vraag rekent, dan bij deze vraag geen scorepunten in mindering brengen.

Prooidieren en roofdieren

9 maximumscore 4

- Het minimum is 1000 en het maximum is 5000, dus de evenwichtsstand is 3000 en de amplitude is 2000 (dus $r(t) = 3000 + 2000\sin(b(t-c))$) 1
- De periode is 10, dus $b = \frac{2\pi}{10} (= \frac{1}{5}\pi)$ 1
- Een beginpunt van de grafiek ligt bij $t = 1$, dus $c = 1$ 1
- Het functievoorschrift is dan $r(t) = 3000 + 2000\sin\left(\frac{1}{5}\pi(t-1)\right)$ (of bijvoorbeeld $r(t) = 3000 + 2000\cos\left(\frac{1}{5}\pi(t-3{,}5)\right)$) 1

Opmerking
Wanneer de kandidaat een functievoorschrift opstelt passend bij de grafiek van de prooidieren, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

10 maximumscore 3

- Het invoeren van de hellingfunctie van p op de GR 1
- Beschrijven hoe het maximum van deze functie kan worden berekend 1
- De maximale groeisnelheid is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1

of

- Uit het functievoorschrift van p volgt dat de maximale groeisnelheid wordt bereikt op $t = 3$ (want daar stijgt de grafiek door de evenwichtsstand) 1
- Deze groeisnelheid wordt benaderd door $\frac{p(3{,}001) - p(3)}{0{,}001}$ (of beschrijven hoe de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek voor $t = 3$ met de GR gevonden kan worden) 1
- Dit is (afgerond) 2700 (prooidieren per jaar) 1

Opmerkingen
- *Als een differentiequotiënt wordt gebruikt, en hierbij een interval wordt gehanteerd met $\Delta t > 0{,}001$ leidend tot het antwoord 2700, dan geen scorepunten in mindering brengen.*
- *Wanneer de kandidaat het functievoorschrift van r in plaats van dat van p gebruikt, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.*

11 maximumscore 4

- De vergelijking $4800 + 3400 \cdot \sin\left(\frac{1}{4}\pi(t-3)\right) = 4300$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Dit geeft bijvoorbeeld $t = 2{,}81...$ en $t = 7{,}18...$ 1
- $r(2{,}81...) \approx 1200$ en $r(7{,}18...) \approx 3800$ (dus dit zijn de getallen die op de puntjes moeten staan) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Raaklijn aan cirkel

12 maximumscore 3

- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ — 1
- De raaklijn aan c in P heeft dus richtingscoëfficiënt $-\frac{3}{4}$ — 1
- $P(-3,-4)$ ligt op de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x+b$; hieruit volgt $b=-6\frac{1}{4}$ (dus is $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) — 1

of

- Omdat $-4=-\frac{3}{4}\cdot-3-6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ — 1
- Voor gemeenschappelijke punten van c en de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ geldt $x^2+\left(-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}\right)^2=25$; herleiden tot $1\frac{9}{16}x^2+9\frac{3}{8}x+14\frac{1}{16}=0$ — 1
- De bijbehorende discriminant is $\left(9\frac{3}{8}\right)^2-4\cdot1\frac{9}{16}\cdot14\frac{1}{16}=0$ (dus de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ heeft één punt gemeenschappelijk met c, dus is $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) — 1

of

- Omdat $-4=-\frac{3}{4}\cdot-3-6\frac{1}{4}$, ligt P op de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en P is $\frac{4}{3}$ — 1
- Omdat $\frac{4}{3}\cdot-\frac{3}{4}=-1$, staat OP loodrecht op de lijn met vergelijking $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ (dus is $y=-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}$ inderdaad een vergelijking van l) — 1

13 maximumscore 5

- Voor de x-coördinaat van S geldt $-\frac{3}{4}x-6\frac{1}{4}=0$; dit geeft $x=-8\frac{1}{3}$ — 1
- $x_A=-5$ en $x_B=5$ — 1
- $AS=-5--8\frac{1}{3}=3\frac{1}{3}$ en $BS=8\frac{1}{3}+5=13\frac{1}{3}$ — 1
- $PS^2=\left(-8\frac{1}{3}--3\right)^2+(0--4)^2=44\frac{4}{9}$ (of met Pythagoras in ΔOPS: $PS^2=\left(8\frac{1}{3}\right)^2-5^2=44\frac{4}{9}$) — 1
- $AS\cdot BS=3\frac{1}{3}\cdot13\frac{1}{3}=44\frac{4}{9}$ (dus $AS\cdot BS=PS^2$) — 1

14 maximumscore 4

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =)\ 21$ — 1
- Lijn m staat loodrecht op PM, dus $MS^2 = 21 + 3^2$ — 1
- Dus $MS = \sqrt{30}$ — 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ — 1

of

- $AS = 7$ en $BS = 3$, dus $PS^2 = (7 \cdot 3 =)\ 21$ — 1
- Als F en G snijpunten van de lijn door M en S met d zijn (met F het dichtst bij S), dan geldt: als $FS = x$, dan $GS = 6 + x$ (en x is de gevraagde afstand) — 1
- (Er moet gelden $FS \cdot GS = PS^2$,) dus de vergelijking $x(6 + x) = 21$ moet worden opgelost — 1
- Exact oplossen geeft $x = \dfrac{-6 + \sqrt{120}}{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) ($x = \dfrac{-6 - \sqrt{120}}{2}$ voldoet niet) — 1

of

- Als C het midden van lijnstuk AB is, dan geldt $\angle ACM = 90°$ (omdat ΔAMB gelijkbenig is) — 1
- Pythagoras in ΔACM geeft $MC = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ — 1
- ($CS = \frac{1}{2} \cdot 4 + 3 = 5$, dus) Pythagoras in ΔMCS geeft $MS = \sqrt{5^2 + \sqrt{5}^2} = \sqrt{30}$ — 1
- Dus de afstand tussen punt S en cirkel d is $\sqrt{30} - 3$ — 1

Logaritmen en snijpunten

15 maximumscore 5

- De verticale asymptoten kunnen worden gevonden door de vergelijkingen $2x-4=0$ en $6-x=0$ op te lossen — 1
- Dit geeft $x=2$ en $x=6$ voor de asymptoot van de grafiek van f respectievelijk g — 1
- Voor de x-coördinaat van S geldt ($\log(2x-4)=\log(6-x)$, dus) $2x-4=6-x$ — 1
- Dit geeft $x=\frac{10}{3}$ — 1
- De afstanden van S tot de asymptoten van f en g zijn respectievelijk $\frac{10}{3}-2=\frac{4}{3}$ en $6-\frac{10}{3}=\frac{8}{3}$, dus het antwoord: $(\frac{8}{3}:\frac{4}{3}=)\ 2$ (keer zo groot) — 1

16 maximumscore 5

- De vergelijking $\log(2a-4)-\log(6-a)=1$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt $\log\left(\frac{2a-4}{6-a}\right)=1$ — 1
- Dit geeft $\frac{2a-4}{6-a}=10$ — 1
- Hieruit volgt $2a-4=10(6-a)$, dus $2a-4=60-10a$ — 1
- Dit geeft $a=\frac{16}{3}$ — 1

Opmerking
Als wordt gewerkt met x in plaats van met a, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Maximale richtingscoëfficiënt

17 maximumscore 5

- $a=(\frac{3-\frac{1}{p^2}-p}{p}=)\ \frac{3}{p}-\frac{1}{p^3}-1$ — 1
- $a=3p^{-1}-p^{-3}-1$ — 1
- $a'=-3p^{-2}+3p^{-4}$ — 1
- $a'=0$ geeft $-3p^2+3=0$ — 1
- $3p^2=3$, dus $p=1$ ($p=-1$ voldoet niet) — 1

Opmerking
Als wordt gewerkt met x in plaats van met p, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Bronvermeldingen

Transistors en opslagcapaciteit

foto	bron: Shutterstock stockillustratie-id: 259506596, fotograaf Volodymyr Krasyuk

Bouwkraan

figuur 1	bron: Kostas Kotsanas - YouTube - 27 augustus 2009